

Verifica intermedia delle conoscenze acquisite di¹
Analisi Matematica I
Marzo 2019

Esercizio n. 1 (Successioni di numeri reali). Calcolare i seguenti limiti di successioni:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^4 + 3n^7 - 2n^8} + \sqrt[3]{1 - n^4 + 2n^8}}{n^{1/6} \sqrt{n^3 - 2}}, \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(7n)}{(5n)}}$$

$$(c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!^2}{(2n)!}, \quad (d) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_0^n \left(\cot \frac{2}{3}\pi \right)^n.$$

Esercizio n. 2 (Serie di numeri reali). Stabilire quali delle seguenti serie numeriche è convergente e, in caso affermativo, determinarne la somma.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{3n^6 - 1}{n^7} \right)^n, \quad (b) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{(n+4)(n+2)}, \quad (c) \sum_{n \geq 1} 3n \sin \frac{1}{n}.$$

Esercizio n. 3 (Numeri complessi). Nel campo \mathbb{C} dei numeri complessi, determinare gli elementi dei seguenti insiemi:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : \bar{z}^5 - |z|^5 = 0\}$$

$$B = \left\{ z \in \mathbb{C} : \frac{z-2}{\bar{z}+4} - \frac{z+4}{\bar{z}-2} = 4 \right\}$$

$$C = \{z \in \mathbb{C} : z^3 + 9iz^2 - 27z - 30i = 0\}$$

Esercizio n. 4 (Limiti di una funzione). Tenendo conto degli ordini degli infinitesimi e degli infiniti, calcolare i seguenti limiti di funzioni.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 3 \arcsin x^2}{2(1 - \cos x)^3}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(3-x)^2 \cot(x-3)}{(3-x)^2 + 1 - \cos^2(x-3)},$$

¹Fornire spiegazioni esaurienti alle soluzioni date.

$$(c) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x - 3^x}{2^x - 4^x} \quad , \quad (d) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x - 3^x}{2^x - 4^x} .$$

Esercizio n. 5 (Derivabilità e classe di continuità di una funzione). Verificare se le seguenti funzioni sono di classe C^1 nel proprio dominio.

$$f(x) = \log_2 |x + 2| \quad , \quad g(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2(x + 3)}{x + 3} & , \quad x < -3 \\ -\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 3) & , \quad x \geq -3 \end{cases} ,$$

$$h(x) = \sqrt[3]{e^{36-35x^2} - e} .$$